Normes de droites sur les surfaces cubiques

DOI:
10.4310/pamq.2017.v13.n1.a4

Citation for published version (APA):
Colliot-Thelene, J. L., & Loughran, D. (2018). Normes de droites sur les surfaces cubiques. *Pure and Applied Mathematics Quarterly*, *13*, 123-130. https://doi.org/10.4310/pamq.2017.v13.n1.a4

Published in:
Pure and Applied Mathematics Quarterly

NORMES DE DROITES SUR LES SURFACES CUBIQUES

par

J.-L. Colliot-Thélène & D. Loughran

Abstract. — Let k be a field and $X \subset \mathbf{P}^3_k$ a smooth cubic surface. Let $\Delta = \Delta(X) \subset \mathrm{Pic}(X)$ be the subgroup spanned by norms to k of K-lines on $X_K = X \times_k K$ for K running through the finite separable extensions of k. The quotient $\mathrm{Pic}(X)/\Delta$ is a finite, 3-primary group. If X contains a line defined over k, then $\Delta = \mathrm{Pic}(X)$.

1. Introduction

Soient k un corps et $X \subset \mathbf{P}^3_k$ une k-surface cubique projective lisse. Soit $\overline{k}$ une clôture séparable de k. Notons $\overline{X} = X \times_k \overline{k}$. Soit $\Delta = \Delta(X) \subset \mathrm{Pic}(X)$ le sous-groupe engendré par toutes les classes de diviseurs $\mathrm{Norm}_{K/k}(L)$ dans $\mathrm{Pic}(X)$, pour K/k parcourant les extensions finies séparables de k et, pour K donné, L parcourant les droites de $X_K = X_K = X \times_k K \subset \mathbf{P}^3_K$ qui sont définies sur K. Un résultat classique dit que le groupe de Picard $\mathrm{Pic}(\overline{X})$ est engendré par les droites de $\overline{X}$.

Théorème 1.1. — *Soient k un corps et $X \subset \mathbf{P}^3_k$ une k-surface cubique lisse. Soit $\Delta \subset \mathrm{Pic}(X)$ le sous-groupe engendré par les classes de normes de droites sur X_K pour K/k parcourant les extensions finies de k.*

(i) Le quotient $\mathrm{Pic}(X)/\Delta$ est un groupe fini 3-primaire.

(ii) Si X possède une droite définie sur k, alors $\Delta = \mathrm{Pic}(X)$.

Ce théorème est établi au paragraphe §3. Pour établir ce résultat, on commence par étudier (§2) le cas des surfaces cubiques lisses possédant une droite rationnelle. À toute telle droite est associée une fibration en coniques. Lorsque la fibration admet une section, on montre qu'il existe une section donnée par une droite (Théorème 2.3).

Le théorème 1.1 (ii) est un analogue en dimension 2 d'un résultat de M. Shen [**5**, Thm. 1.7] sur les hypersurfaces cubiques de dimension au moins 3 possédant une droite définie sur k, résultat qui nous a été signalé par O. Wittenberg.

On utilise librement les propriétés des surfaces cubiques lisses et des surfaces de del Pezzo, comme on peut les trouver par exemple dans [**1**] et [**4**]. On utilise en particulier le fait qu'une surface cubique lisse sur un corps $\overline{k}$ séparablement clos est déployée : les 27 droites sont définies sur $\overline{k}$. Rappelons que deux droites de l'espace projectif sont dites gauches (l'une à l'autre) si elles ne se rencontrent pas.

Nous remercions le rapporteur de sa lecture attentive.

2. Surfaces cubiques lisses possédant une droite rationnelle

Commençons par un lemme général, sans doute classique.

Lemme 2.1. — *Soit X une surface cubique lisse sur un corps k séparablement clos. Soit $\omega \in \mathrm{Pic}(X)$ la classe du faisceau canonique. Soient 5 droites gauches L_i, $i = 1, \ldots, 5$ sur X.*

Les deux conditions suivantes sont équivalentes :

(i) Il existe une sixième droite gauche aux 5 droites.

(ii) La somme $\sum_{i=1}^{5} L_i - \omega$ n'est pas divisible par 2 dans $\mathrm{Pic}(X)$.

Si elles sont satisfaites, la sixième droite gauche est uniquement définie.

Démonstration. — Soit L_6 une droite gauche aux L_i, $i = 1, \ldots, 5$. En contractant tous les L_i, $i = 1, \ldots, 6$, on obtient le plan $\mathbf{P}^2$. La classe canonique ω de X est $-3\lambda_0 + \sum_{i=1}^{6} L_i$, où λ_0 est donné par l'image réciproque d'une droite de $\mathbf{P}^2$ (c'est une cubique gauche dans $X \subset \mathbf{P}^3$). Le groupe $\mathrm{Pic}(X)$ est le groupe abélien libre sur les générateurs $\lambda_0, L_1, \ldots, L_6$. On a $\sum_{i=1}^{5} L_i - \omega = 3\lambda_0 - L_6$, non divisible par 2 dans $\mathrm{Pic}(X)$.

S'il n'existe pas de sixième droite gauche aux 5 droites, alors en contractant ces 5 droites, on obtient $\mathbf{P}^1 \times \mathbf{P}^1$. La classe canonique ω sur X est alors $\omega = -2e_1 - 2e_2 + \sum_{i=1}^{5} L_i$, où e_1 et e_2 sont les images réciproques des génératrices de $\mathbf{P}^1 \times \mathbf{P}^1$. Le groupe $\mathrm{Pic}(X)$ est le groupe abélien libre sur les $e_1, e_2, L_1, \ldots, L_5$. On a ici $\sum_{i=1}^{5} L_i - \omega = 2e_1 + 2e_2$ divisible par 2 dans $\mathrm{Pic}(X)$.

S'il existe une sixième droite gauche, on considère la contraction des 6 droites en 6 points $P_1, \ldots, P_6$ en position générale dans $\mathbf{P}^2$. Les 27 droites de X correspondent aux 6 points, aux 15 droites passant par deux des 6 points et aux 6 coniques par 5 des 6 points. On voit aisément sur ce modèle que la droite de X correspondant à P_6 est la seule droite gauche aux droites L_i, $i = 1, \ldots, 5$. □

Proposition 2.2. — *Soient k un corps et X une k-surface cubique lisse possédant une k-droite L. Soit $f : X \to \mathbf{P}^1_k$ la fibration en coniques définie par la famille des 2-plans contenant la k-droite L.*

(i) Cette fibration possède 5 fibres géométriques réductibles, chacune composée de 2 droites concourantes de $\overline{X}$.

(ii) Le morphisme induit $L \to \mathbf{P}^1_k$ induit par f est de degré 2.

(iii) La fibre générique X_η est une conique lisse sur le corps $k(\mathbf{P}^1)$ qui possède un point de degré 2 défini par la restriction de L.

Démonstration. — La structure des mauvaises fibres géométriques de f est bien connue [**1**, Lemme IV.15]. Pour la classe d'une fibre F on a $L \cdot F = 2$. □

Le théorème qui suit a un air « classique », mais ne semble pas se trouver dans la littérature.

Théorème 2.3. — *Soient k un corps et X une k-surface cubique lisse possédant une k-droite L. Soit $f : X \to \mathbf{P}^1_k$ la fibration en coniques définie par la famille des 2-plans contenant la k-droite L. Alors f possède une section si et seulement s'il existe une k-droite $L' \subset X$ qui ne rencontre pas L. Toute telle droite est une section de f.*

Démonstration. — Une direction est facile et bien connue. Soit F la classe d'une fibre sur un k-point. La classe du diviseur $L + F$ est la classe anticanonique, c'est-à-dire la classe d'une section plane de X. Soit $L' \subset X$ une k-droite qui ne rencontre pas L. De $((L+F) \cdot L') = 1$ et $L \cdot L' = 0$ on déduit $L' \cdot F = 1$. Ainsi L' définit une section de f.

Pour l'autre direction, supposons donnée s une section de f, identifiée à son image dans X. Considérons l'ensemble $\mathfrak{L}$ des 10 droites de $\overline{X}$ qui rencontrent L. Comme $\overline{X}$ est lisse, la section s rencontre chaque fibre de f en un point lisse de la fibre. En particulier, elle rencontre chaque fibre singulière de $\overline{f} = f \times_k \overline{k}$ en un point d'une seule des deux $\overline{k}$-droites formant la fibre. On trouve que $\mathfrak{L}$ est la réunion de deux ensembles Galois-invariants $\mathfrak{L}_1$ et $\mathfrak{L}_2$, qui chacun consiste de 5 droites qui ne se rencontrent pas deux à deux. La somme $\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_2$ a pour classe $5F \in \mathrm{Pic}(\overline{X})$, où F désigne une fibre de $X \to \mathbf{P}^1_{\overline{k}}$ au-dessus d'un $\overline{k}$-point. Le nombre d'intersection $((\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_2) \cdot s)$ est donc égal à 5. Mais alors on ne peut avoir à la fois $\mathfrak{L}_1 - \omega$ et $\mathfrak{L}_2 - \omega$ divisibles par 2 dans $\mathrm{Pic}(\overline{X})$, sinon $\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_2$ serait divisible par 2 dans $\mathrm{Pic}(\overline{X})$. Ainsi, d'après le lemme 2.1, pour $j = 1$ ou $j = 2$, il existe une droite L' sur $\overline{X}$ qui ne rencontre aucune des droites de $\mathfrak{L}_j$, et cette droite est unique et donc définie sur k. Elle est distincte des droites de $\mathfrak{L}_1$ et $\mathfrak{L}_2$, qui sont toutes les droites rencontrant L, donc elle ne rencontre pas L. □

Proposition 2.4. — *Soient k un corps et X une k-surface cubique lisse possédant une k-droite L. Soit $f : X \to \mathbf{P}^1_k$ la fibration en coniques définie* *par la famille des 2-plans contenant la k-droite L. Soit $O \in \mathbf{P}^1(k)$ un k-point et X_O la fibre. Soit I l'ensemble des composantes irréductibles des fibres X_P, pour P un point fermé de $\mathbf{P}^1_k$ dont la fibre X_P n'est pas géométriquement intègre sur le corps résiduel $k(P)$. Notons $C_i, i \in I$, ces diverses composantes.*

(i) La restriction à la fibre générique donne naissance à une suite exacte

$$\mathbb{Z}X_0 \oplus_{i \in I} \mathbb{Z}C_i \to \mathrm{Pic}(X) \to \mathrm{Pic}(X_\eta) \to 0.$$

(ii) La classe de L et la classe de chacune des courbes C_i appartient au sous-groupe $\Delta \subset \mathrm{Pic}(X)$.

(iii) Le groupe $\mathrm{Pic}(X)/\Delta$ est un quotient de $\mathbb{Z}/5$, et est engendré par la classe de X_O.

Démonstration. — Le point O est ici un point quelconque de $\mathbf{P}^1(k)$, on n'a pas besoin de supposer la fibre X_O lisse sur k. L'énoncé (i) est clair, car le diviseur défini par une fibre au-dessus d'un point fermé de $\mathbf{P}^1_k$ a sa classe dans le sous-groupe engendré par X_O dans $\mathrm{Pic}(X)$. Dans $\mathrm{Pic}(X)$, la classe de $5X_O$ est égale à la somme des fibres dégénérées de f, et chacune de ces fibres appartient à Δ. Notons $\omega = \omega_{X_\eta/k(\mathbf{P}^1)}$ la classe du faisceau canonique. Le groupe $\mathrm{Pic}(X_\eta)$ est libre de rang 1.

On a $\mathrm{Pic}(X_\eta) = \mathbb{Z}\omega$, induit par l'image de la classe de L, si et seulement si la conique $X_\eta/k(\mathbf{P}^1)$ n'a pas de point rationnel, c'est-à-dire si et seulement si la fibration f n'admet pas de section. Dans ce cas les énoncés (i) et (ii) donnent (iii).

Si la fibration f possède une section, alors d'après le théorème 2.3 il existe une k-droite L' section de la fibration et ne rencontrant pas L. Cette k-droite L' est dans Δ et son image engendre $\mathrm{Pic}(X_\eta)$. Les énoncés (i) et (ii) donnent alors (iii). □

Remarque 2.5. — Dans les articles [**6**] et [**3**], les auteurs établissent la bonne borne inférieure pour la conjecture de Manin [**2**] concernant les points rationnels de hauteur bornée pour les surfaces cubiques lisses possédant deux k-droites gauches (sur $\mathbb{Q}$ et sur n'importe quel corps de nombres k, respectivement). Le théorème 2.3 montre que ces résultats valent sous l'hypothèse (équivalente, mais a priori plus faible) qu'il y a une k-droite dont la fibration en coniques associée admet une section.

3. Le quotient $\mathrm{Pic}(X)/\Delta$ pour une surface cubique lisse

Soient k un corps et $X \subset \mathbf{P}^3_k$ une k-surface cubique projective lisse. Notons $\Delta = \Delta(X)$ le sous-groupe de $\mathrm{Pic}(X)$ engendré par les classes de normes de K-droites sur X_K pour toutes les extensions finies séparables de corps K/k.

Si la surface X est déployée sur k, c'est-à-dire si les 27 droites de X sont définies sur k, alors $\Delta(X) = \mathrm{Pic}(X)$.

Nous laissons au lecteur la démonstration du lemme suivant.

Lemme 3.1. — *Soit K/k une extension finie séparable de corps.*

(a) La restriction $\mathrm{Pic}(X) \to \mathrm{Pic}(X_K)$ *induit un homomorphisme*

$$\mathrm{Res}_{k,K} : \mathrm{Pic}(X)/\Delta(X) \to \mathrm{Pic}(X_K)/\Delta(X_K).$$

(b) La norme $\mathrm{Pic}(X_K) \to \mathrm{Pic}(X)$ *induit un homomorphisme*

$$\mathrm{Norm}_{K/k} : \mathrm{Pic}(X_K)/\Delta(X_K) \to \mathrm{Pic}(X)/\Delta(X).$$

(c) Le composé $\mathrm{Norm}_{K/k} \circ \mathrm{Res}_{k,K}$ *est la multiplication par le degré* $[K : k]$.

(d) Si la K-surface cubique X_K est déployée, alors $\mathrm{Pic}(X)/\Delta(X)$ *est un groupe fini annulé par le degré* $[K : k]$. □

Proposition 3.2. — *Soient k un corps et $X \subset \mathbf{P}^3_k$ une k-surface cubique projective lisse. Soit ℓ un nombre premier. Le groupe fini* $\mathrm{Pic}(X)/\Delta$ *n'a pas de ℓ-torsion pour $\ell \neq 3, 5$.*

Démonstration. — Soit K/k une extension galoisienne finie, de groupe G, déployant la surface X, par exemple la plus petite extension sur laquelle les 27 droites sont définies. Soit G_ℓ un ℓ-sous-groupe de Sylow de G et soit $K_\ell \subset K$ le corps fixe. Il résulte du lemme 3.1 que le noyau de

$$\mathrm{Res}_{k,K_l} : \mathrm{Pic}(X)/\Delta(X) \to \mathrm{Pic}(X_{K_\ell})/\Delta(X_{K_\ell})$$

est annulé par un entier premier à ℓ, donc est injectif sur la torsion ℓ-primaire. Pour établir la proposition, on peut donc supposer que G est un groupe fini ℓ-primaire, et, toujours d'après le lemme 3.1 , que $\mathrm{Pic}(X)/\Delta(X)$ est un groupe fini ℓ-primaire. Comme $\ell \neq 3$, et qu'il y a 27 droites sur $\overline{X}$, il existe alors une droite sur X. D'après la proposition 2.4, le quotient $\mathrm{Pic}(X)/\Delta$ est annulé par 5. Comme on a supposé $\ell \neq 5$, on conclut que $\mathrm{Pic}(X)/\Delta$ est nul. □

Proposition 3.3. — *Soient k un corps et $X \subset \mathbf{P}^3_k$ une k-surface cubique projective lisse. Le groupe fini* $\mathrm{Pic}(X)/\Delta$ *n'a pas de 5-torsion.*

Démonstration. — Par un argument de norme similaire à celui donné dans la proposition 3.2, on peut supposer que X est déployée par une extension finie galoisienne K/k de degré une puissance de 5.

Comme 27 n'est pas divisible par 5, X contient une k-droite L. En utilisant une telle k-droite, on définit une fibration en coniques $f : X \to \mathbf{P}^1_k$. Comme X_K est une surface cubique déployée, il existe une K-droite qui ne rencontre pas la K-droite L_K. D'après le théorème 2.3 appliqué au niveau de K, une telle K-droite est une section de f_K. La fibre générique $X_\eta/k(\mathbf{P}^1)$ est donc une conique lisse qui possède un point sur l'extension $K(\mathbf{P}^1)/k(\mathbf{P}^1)$, de degré une puissance de 5, et en particulier de degré impair. Par un théorème bien connu, ceci implique que la conique $X_\eta/k(\mathbf{P}^1)$ a un $k(\mathbf{P}^1)$-point rationnel. La fibration $f : X \to \mathbf{P}^1_k$ possède donc une section sur k. Appliquant le théorème

2.3 au niveau de k, on obtient l'existence d'une k-droite $L' \subset X$ qui est une section de la fibration et ne rencontre pas L.

Si on prend la fibration associée à L, on voit qu'elle a 5 fibres géométriques dégénérées, et que toutes leurs composantes soit sont définies sur k, soit sont définies sur la même extension cyclique de degré 5 de k.

Si les composantes sont toutes définies sur k, alors $\mathrm{Pic}(X) = \mathrm{Pic}(\overline{X})$ et toutes les droites de X sont définies sur k. On a donc alors $\mathrm{Pic}(X)/\Delta = 0$.

Supposons que les composantes ne sont pas définies sur k. La droite L' rencontre une seule fois chaque fibre géométrique dégénérée. Dans chaque fibre, on peut donc choisir la composante qui ne rencontre pas L'. La réunion de ces 5 composantes R_i (qui forment une orbite du groupe de Galois) et de L' forme un sextuplet de droites gauches deux à deux, globalement rationnel. On peut contracter ce sextuplet sur un $\mathbf{P}^2_k$. Dans le plan, considérons la conique qui contient les 5 points conjugués images des R_i. Elle est définie sur k. Son image inverse dans X est une k-droite, dont la classe est $2\lambda_0 - \sum_{i=1}^5 R_i$, où l'on a noté $\lambda_0 \in \mathrm{Pic}(X)$ la classe de l'image réciproque d'une k-droite de $\mathbf{P}^2$. On voit donc que $2\lambda_0$ est dans Δ. Le groupe de Picard de $\overline{X}$ est la somme directe $\mathbb{Z}\lambda_0 \oplus \mathbb{Z}L' \oplus \sum_{i=1}^5 \mathbb{Z}R_i$. Le groupe de Picard de X est donc engendré par λ_0, L' et la somme $\sum_{i=1}^5 R_i$. On voit donc que $\mathrm{Pic}(X)/\Delta$ est annulé par 2. Comme il est annulé par 5 (la proposition 2.4 s'applique, car X possède une k-droite), il est nul. $\square$

La combinaison des propositions 2.4, 3.2 et 3.3 donne le théorème 1.1.

Remarque 3.4. — On ne peut omettre l'hypothèse d'existence d'une droite k-rationnelle dans le théorème 1.1 (ii). Soit K/k une extension cubique cyclique de corps. Prenons dans $\mathbf{P}^2_k$ deux points fermés M_1 et M_2 de degré 3 en position générale, chacun défini sur K. Sur la surface cubique $X \subset \mathbf{P}^3_k$ obtenue par éclatement de M_1 et M_2, dont on sait bien décrire les 27 droites géométriques en termes des 6 points de $\mathbf{P}^2_{\overline{k}}$ définis par $M_1 \cup M_2$, des droites passant par 2 de ces 6 points, et des coniques passant par 5 de ces 6 points, on vérifie que la classe $\lambda_0 \in \mathrm{Pic}(X)$ de l'image réciproque d'une k-droite de $\mathbf{P}^2_k$ n'est pas dans $\Delta \subset \mathrm{Pic}(X)$, et l'on a $3\lambda_0 \in \Delta$.

On a le corollaire :

Corollaire 3.5. — *Soient k un corps et $X \subset \mathbf{P}^3_k$ une k-surface cubique projective lisse possédant une k-droite. Soit U le complémentaire des droites géométriques et $\overline{k}[U]^*$ le groupe des fonctions rationnelles sur $\overline{X}$ inversibles sur $\overline{U}$. Alors le réseau $\hat{T} := \overline{k}[U]^*/\overline{k}^*$ est un module galoisien coflasque : pour tout sous-groupe fermé H du groupe de Galois absolu G de k, on a $H^1(H, \hat{T}) = 0$. La suite exacte*

$$0 \to \overline{k}[U]^*/\overline{k}^* \to \oplus_{i=1}^{27} \mathbb{Z}l_i \to \mathrm{Pic}(\overline{X}) \to 0,$$

où les l_i sont les 27 droites de $\overline{X}$, et le module galoisien $\oplus_{i=1}^{27}\mathbb{Z}l_i$ est un module de permutation, est une résolution coflasque du module galoisien $\mathrm{Pic}(\overline{X})$.

Démonstration. — Lorsque l'on prend les points fixes sous l'action du groupe G, on obtient la suite exacte

$$(\oplus_{i=1}^{27}\mathbb{Z}l_i)^G \to \mathrm{Pic}(\overline{X})^G \to H^1(G, \overline{k}[U]^*/\overline{k}^*) \to H^1(G, \oplus_{i=1}^{27}\mathbb{Z}l_i).$$

On a $\mathrm{Pic}(X) = \mathrm{Pic}(\overline{X})^G$ car X possède un k-point. C'est un résultat très bien connu, qu'on peut par exemple établir ainsi. Pour toute k-variété projective et lisse géométriquement intègre, on a une suite exacte

$$0 \to \mathrm{Pic}(X) \to \mathrm{Pic}(\overline{X})^G \to \mathrm{Br}(k) \to \mathrm{Br}(X)$$

fournie par la suite spectrale de Leray pour la projection $X \to \mathrm{Spec}\ (k)$ et le faisceau étale $\mathbb{G}_{m,X}$ sur X. Un point k-rationnel fournit une section de $\mathrm{Br}(k) \to \mathrm{Br}(X)$.

L'image du groupe $(\oplus_{i=1}^{27}\mathbb{Z}l_i)^G$ dans $\mathrm{Pic}(X) = \mathrm{Pic}(\overline{X})^G$ est le sous-groupe Δ, égal à $\mathrm{Pic}(X)$ d'après le théorème 1.1 (ii). Le module galoisien $\oplus_{i=1}^{27}\mathbb{Z}l_i$ est un G-module de permutation, donc $H^1(G, \oplus_{i=1}^{27}\mathbb{Z}l_i) = 0$ (lemme de Shapiro et nullité des groupes $H^1(H, \mathbb{Z})$ pour les sous-groupes fermés de G). On a donc bien $H^1(G, \overline{k}[U]^*/\overline{k}^*) = 0$. Le même argument donne $H^1(H, \overline{k}[U]^*/\overline{k}^*) = 0$ pour tout sous-groupe fermé H de G. □

Remarque 3.6. — Le G-module $\mathrm{Pic}(\overline{X})$ est auto-dual, via la forme d'intersection. On obtient donc une résolution flasque de $\mathrm{Pic}(\overline{X})$ en prenant la suite duale de celle de l'énoncé via $\mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(., \mathbb{Z})$.

Références

[1] A. Beauville, Surfaces algébriques complexes, *Astérisque* **54**, 3ème éd. (1978).

[2] J. Franke, Y.I. Manin and Y. Tschinkel, Rational points of bounded height on Fano varieties. *Invent. math.* **95** (1989), 421–435.

[3] C. Frei & E. Sofos, Counting rational points on smooth cubic surfaces. *Math. Res. Lett.* **23**(1) (2016), 127–143.

[4] Yu. I. Manin, Cubic forms, Algebra, Geometry, Arithmetic, North Holland Mathematical Library vol. **4**, 2nd edition, North Holland 1986.

[5] M. Shen, Rationality, universal generation and the integral Hodge conjecture, arXiv :1602.07331v2 [math.AG] 12 Dec 2016.

[6] J. B. Slater & P. Swinnerton-Dyer. Counting points on cubic surfaces. I., in *Nombre et répartition de points de hauteur bornée (Paris, 1996)*, éd. E. Peyre, *Astérisque* **251** (1998), 1–12.

soumis le 19 septembre 2017 ; révisé le 21 janvier 2018 ; accepté le 9 mai 2018

J.-L. Colliot-Thélène, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Univ. Paris-Sud, CNRS, Université Paris-Saclay, 91405 Orsay, France • *E-mail :* jlct@math.u-psud.fr

D. Loughran, School of Mathematics, University of Manchester, Oxford Road, Manchester, M13 9PL, United Kingdom • *E-mail :* daniel.loughran@manchester.ac.uk